Estymacja parametrów modelu liniowego
przy pomocy Excela

Liniowy model ekonometryczny o postaci:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \cdots + \alpha_k X_{kt} + \xi_t.$$

można oszacować za pomocą wielu pakietów komputerowych.

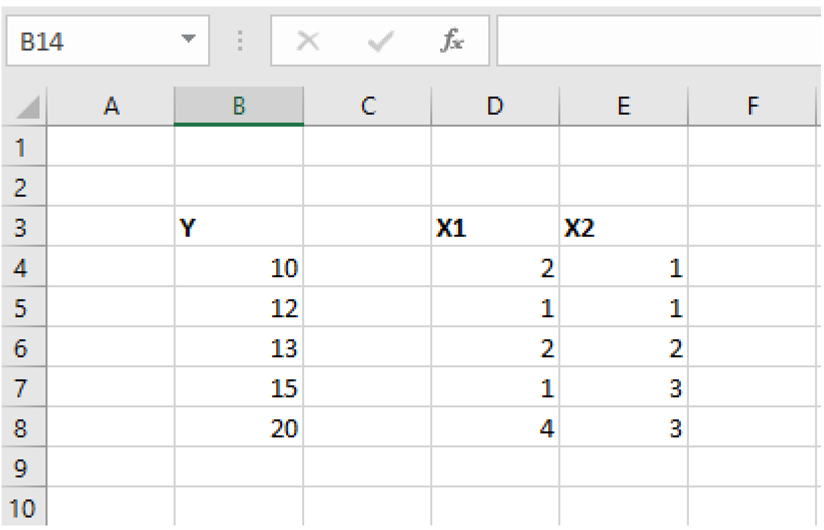
Niniejsze laboratoria mają na celu przybliżenie możliwości szacowania parametrów strukturalnych modelu za pomocą Excela będącego integralną częścią pakietu Office. Wszelkie obliczenia, z pewnością, nie są aż tak zautomatyzowane jak chociażby w pakiecie STATISTICA, Gretl czy też innym, jednak wymaga posiadania pewnych umiejętności (np. posługiwanie się formułami, itp.)
Tym samy dla przykładu przytoczone zostają dane z poprzedniego laboratorium (laboratorium 4):

Przykład. Na podstawie następujących obserwacji zmiennych *Y*, X_1 i X_2

t	y_t	x_{1t}	x_{2t}
1	10	2	1
2	12	1	1
3	13	2	2
4	15	1	3
5	20	4	3

Oszacować parametry strukturalne modelu liniowego opisującego zależność zmiennej *Y* od zmiennych X_1 i X_2.

W celu oszacowania wspomnianych w poleceniu parametrów α_0, α_1 i α_2 posłużymy się właśnie Excelem.
Na wstępie wprowadzamy dane do arkusza. W całej tej „operacji" mamy swego rodzaju pewną dowolność, jednak dla przejrzystości prezentacji zachowano pewien porządek.


B14

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Y		X1	X2	
4		10		2	1	
5		12		1	1	
6		13		2	2	
7		15		1	3	
8		20		4	3	
9						
10						

Estymacji parametrów dokonujemy przy pomocy Klasycznej metody najmniejszych kwadratów (ujęcie macierzowe). Podejście to pozwala na szacowanie parametrów dowolnego modelu liniowego. Tym samym należy wyznaczyć wektor *a*:

$$a = (X^T X)^{-1} \cdot X^T y.$$

Przekształcamy zatem dane w arkuszu tak, aby odpowiadały elementom składowym powyższego działania, czyli wektorowi *y* oraz macierzy *X*. Otrzymujemy:

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Y		**X1**	**X2**			**y**		**X**		
10		2	1			10		1	2	1
12		1	1			12		1	1	1
13		2	2			13		1	2	2
15		1	3			15		1	1	3
20		4	3			20		1	4	3

Należy w tym miejscu przypomnieć, że naszym zadaniem jest oszacowanie parametrów modelu:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \xi_t.$$

stąd też macierz *X* składa się z trzech kolumn. Kwestia ta została już wytłumaczona podczas poprzednich zajęć.

Mając przygotowane w arkuszu macierze składowe możemy rozpocząć obliczenia. Na wstępie wyznaczyć należy iloczyn macierzy X^T oraz *X*. W tym celu należy wstępnie transponować macierz *X*. Wykorzystuje się do tego dostępną formułę **=transponuj()** gdzie w nawiasie podaje się zakres komórek macierzy, którą chcemy transponować. Wstępnie jednak należy zaznaczyć w arkuszu zakres komórek w których to macierz transponowana ma się znaleźć. Po zaznaczeniu opisane obszaru, wpisaniu formuły naciskamy kombinację klawiszy **Ctrl+Shift+Enter**. Wówczas uzupełni nam się cały zaznaczony obszar. W przypadku naciśnięcia samego Enter uzupełni nam się tylko pojedyncza komórka arkusza.

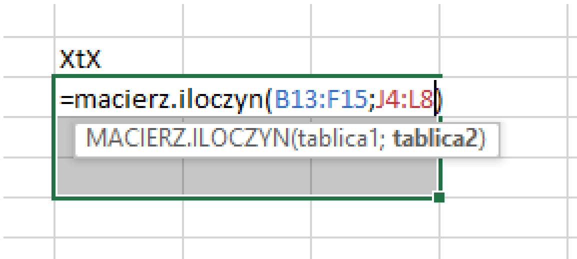
11							
12		Xt					
13		=transponuj(J4:L8)					
14							
15							
16							
17							

A tak wygląda, finalnie transponowana przez nas macierz:

12		Xt				
13		1	1	1	1	1
14		2	1	2	1	4
15		1	1	2	3	3
16						

Mając do dyspozycji macierz X^T oraz X możemy pomnożyć te dwie macierze i uzyskać X^TX.

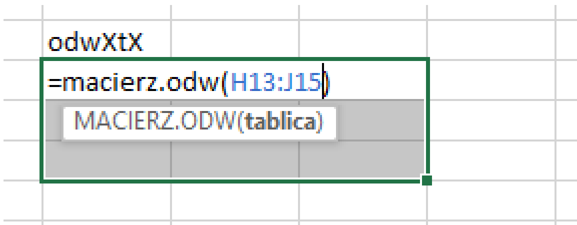
W tym celu zaznaczamy kolejny obszar w arkuszu, w którym to ma znaleźć się oszacowana przez nas macierz X^TX. Ponieważ mnożymy przez siebie macierz w rozmiarze 3x4 przez macierz 4x3 macierz wynikowa będzie miała rozmiar 3x3 (trzy wiersze i 3 kolumny). Aby pomnożyć przez siebie dwie wskazane macierze posługujemy się tym razem formułą: **=macierz.iloczyn(;)**, gdzie w nawiasie wpisujemy zakres komórek macierzy X^T a po średniku zakres komórek macierzy X.



W celu wyświetlenia wartości wciskamy ponownie kombinację klawiszy **Ctrl+Shift+Enter**. Wówczas mamy:

XtX		
5	10	10
10	26	22
10	22	24

Pozostaje nam oszacowanie macierzy odwrotnej do macierzy X^TX, czyli $(X^TX)^{-1}$. W tym przypadku Excel jest dużo bardziej zautomatyzowany, gdyż posiada wbudowaną formułę pozwalają od razu na odwrócenie macierzy. Przedstawia się ona następująco: **=macierz.odw()** , gdzie w nawiasie podajemy zakres komórek arkusza odpowiedzialnych za macierz X^TX. Wygląda to następująco:



Korzystając z wcześniej opisanego skrótu klawiszowego otrzymujemy:

odwXtX		
1,4	-0,2	-0,4
-0,2	0,2	-0,1
-0,4	-0,1	0,3

W celu finalizacji szacunków pozostaje nam zatem wyznaczenie macierzy X^Ty. W tym celu mnożymy, wyznaczoną już wcześniej macierz X^T przez wektor y. Wygląda to następująco:

17		
18		
19		Xty
20		=macierz.iloczyn(B13:F15;H4:H8)
21		
22		
23		

aby otrzymać:

18		
19		Xty
20		70
21		153
22		153
23		

Należy w tym miejscu zauważyć, że w arkuszu zaznaczono obszar 3x1. Wynika to z tego, że mnożyliśmy macierz o 3 wierszach (X^T) przez pacierz o 1 kolumnie (y).
Mając tak oszacowane, elementy składowe możemy wyznaczyć wektor *a*.

a
=macierz.iloczyn(L13:N15;B20:B22)

co kończy się wynikiem:

a
6,2
1,3
2,6

Zadania do samodzielnego rozwiązania:

Zadanie 1. **2.14.** Na podstawie następujących obserwacji zmiennych Y, X_1, X_2, X_3:

t	y_t	x_{t1}	x_{t2}	x_{t3}
1	3	−2	0	1
2	3	−1	1	1
3	4	−1	1	2
4	3	1	0	2
5	5	2	1	1
6	4	1	1	2

oszacować parametry strukturalne modelu liniowego opisującego zależność zmiennej Y od zmiennych X_1, X_2, X_3.

Zadanie 2. **2.15.** Na podstawie następujących obserwacji zmiennych Y, X_1, X_2, X_3:

t	y_t	x_{t1}	x_{t2}	x_{t3}
1	3	0	0	2
2	3	1	0	2
3	4	1	1	1
4	5	1	0	1
5	5	2	1	1

oszacować parametry strukturalne modelu liniowego opisującego zależność zmiennej Y od zmiennych X_1, X_2, X_3.